Grundwissen 8. Klasse

1) Proportionalität

<table>
<tr><td>Zwei Größen x und y heißen direkt proportional, wenn zum n-fachen von x das n-fache von y gehört
- Quotientengleichheit
- Proportionalitätsfaktor $k = \frac{y}{x}$ = Konstant
- Zuordnungsvorschrift $y = k \cdot x$
- Der Graph der Zuordnung ist eine Ursprungshalbgerade</td><td>Beim Tanken ist die Zuordnung Menge $\rightarrow$ Preis direkt proportional. Der Quotient $k = \frac{Preis}{Menge}$ ist konstant.
Wertetabelle:
<table><tr><td>x (in Liter)</td><td>5</td><td>10</td><td>15</td><td>20</td></tr><tr><td>y (in €)</td><td>6,25</td><td>12,5</td><td>18,75</td><td>25</td></tr></table></td></tr>
<tr><td>Zwei Größen x und y heißen indirekt proportional, wenn zum n-fachen von x das $\frac{1}{n}$-fache von y gehört
- Produktgleichheit $y \cdot x = c$ = Konstant
- Zuordnungsvorschrift $y = \frac{c}{x}$
- Der Graph der Zuordnung ist eine Hyperbel</td><td>Bei einem Rechteck mit Flächeninhalt A= 24cm^2 sind die Größen Länge x $\rightarrow$ Breite y indirekt proportional. Der Flächeninhalt entspricht dem Produkt $x \cdot y$
Wertetabelle:
<table><tr><td>x (in cm)</td><td>1</td><td>4</td><td>8</td><td>10</td></tr><tr><td>y (in cm)</td><td>24</td><td>6</td><td>3</td><td>2,4</td></tr></table></td></tr>
<tr><td>Umfang (und Flächeninhalt) eines Kreises
Umfang: $U = 2r\pi$
U und r sind direkt proportional
Flächeninhalt: $A = r^2\pi$
A und r sind nicht proportional</td><td>Welchen Radius hat ein Kreis mit Umfang 1,0m?
$U = 2r\pi \Rightarrow r = \frac{U}{2\pi} = 0{,}16m$
Welchen Flächeninhalt hat dieser Kreis?
$A = r^2\pi = 0{,}080m^2$</td></tr>
</table>

2) Funktionen

<table>
<tr><td>- Funktionsbegriff
Eine Zuordnung x $\rightarrow$ y heißt Funktion, wenn jedem x nur ein y zugeordnet wird

- Definitionsmenge D

- Nullstellen
$x \in D$ heißt Nullstelle, wenn f(x)= 0 ist</td><td>Der Graph jeder Funktion wird von jeder Parallelen zur y-Achse höchstens einmal geschnitten.
$f(x) = 3x+2$ $D_{max} = Q$
$g(x) = \frac{x}{x-2}$ $D_{max} = Q\backslash\{2\}$
Nullstelle von f ist $x = -\frac{2}{3}$. Nullstelle von g ist x=0
Gib die Nullstellen an:
$h_1(x) = 5x+2{,}5$
$h_2(x) = x^2 - 9$
$h_3(x) = \frac{x+1}{x} + 1$</td></tr>
</table>

3) Lineare Funktionen

<table>
<tr><td>- Allgemeine Lineare Funktion
Jede Funktion der Form f: x $\rightarrow$ mx + t heißt lineare Funktion. Dabei ist:
$m \in Q$ die Steigung
$t \in Q$ der y-Achsenabschnitt.
- Bestimmung der Funktionsgleichung aus zwei Punkten $A(x_A/y_A)$ und $B(x_B/y_B)$</td><td>Steigende Gerade, wenn m>0
Fallende Gerade, wenn m<0

Bestimme die Gleichung einer Geraden durch die beiden Punkte A(3/7,5) und B(6/-2)</td></tr>
</table>

Bestimmung der Steigung $m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_A - y_B}{x_A - x_B}$ Bestimmung des y-Achsenabschnitts Einen Punkt und die Steigung in die allg. Gleichung einsetzen und nach t auflösen - Zeichnen von Geraden mithilfe von y-Achsenabschnitt und Steigung Lineare Gleichungen - Lösen durch Äquvalenzumformungen - Graphische Lösung Lineare Ungleichung - Graphische Lösung - Lösen durch Äquvalenzumformungen **Achtung!** Bei Multiplikation/Division mit einer negativen Zahl muss das Ungleichheitszeichen umgedreht werden!	$m = \frac{7{,}5-(-2)}{3-6} = \frac{5{,}5}{-3} = -\frac{11}{6}$ A und m in y = mx +t einsetzen: $7{,}5 = -\frac{11}{6} \cdot 3 + t \Rightarrow t = 13$ Ermittle die Nullstelle von f(x)= - 0,5x + 4 - rechnerisch - graphisch $2x - 5 > 12x + 7 \quad \vert -12x \ \vert +5$ $-10x > 12 \quad \vert : (-10)$ $x < -1{,}2$ $L = \{x \vert x<-1{,}2\} =]-\infty;-1{,}2[$

4) Lineare Gleichungssysteme

- Graphische Lösung - Rechnerische Lösung Einsetzungsverfahren Auflösen einer Gleichung nach einer Variablen und Einsetzen des Terms in die andere Gleichung Additionsverfahren Gleichung(en) geeignet multiplizieren und addieren, so dass nur noch eine Gleichung mit einer Variablen bleibt.	(I) $-5y + x = -5$ (II) $4y = 2+x$ aus (II): $x = 4y - 2$ (*) in (I): $-5y + (4y - 2) = -5$ $-y - 2 = -5 \Rightarrow y = 3$ in (*) $x = 10$ (I) $3x - 2y = 8 \quad \vert \cdot 2$ (II) $-6x + 3y = -10$ (I) $6x - 4y = 16$ (II) $-6x + 3y = -10$ (I) + (II): $-y = 6 \Rightarrow y = -6$ in (I) liefert: $x = -\frac{4}{3}$

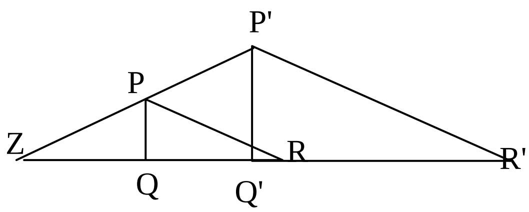
5) Laplace-Wahrscheinlichkeit

Ergebnismenge Ω ist die Menge aller möglichen Ergebnisse eines Zufallsexperiments Jede Teilmenge A von Ω heißt Ereignis Das Gegenereignis $\overline{A}$ von A besteht aus allen Elementen von Ω, die nicht in A liegen Die Wahrscheinlichkeit eines Ereignisses A schreibt man P(A). Es ist stets $0 \le P(A) \le 1$ Laplace-Wahrscheinlichkeit Ein Zufallsexperiment, bei dem alle Ergebnisse gleich wahrscheinlich sind, heißt Laplace-Experiment. Die Wahrscheinlichkeit eines Ereignisses A ist dann: $P(A) = \frac{\text{Anzahl der für A günstigen Ergebnisse}}{\text{Anzahl der möglichen Ergebnisse}}$	Zufallsexperiment: Werfen eines Würfels $\Omega = \{1;2;3;4;5;6\}$ A: "Geworfene Zahl ist eine Primzahl" $A = \{2;3;5\}$ $\overline{A} = \Omega \backslash A = \{1;4;6\}$ $P(A) = \frac{3}{6} = 0{,}5 = 50\%$ Ein Holzwürfel wird angemalt und in 27 gleich große Holzwürfel zersägt (Skizze!). Die Teile werden in eine Schachtel gegeben und ein Würfel verdeckt gezogen. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, einen Würfel mit genau einer farbigen Seite zu ziehen? [Zur Kontrolle: P("eine farbige Seite")= $\frac{2}{9}$]

6) Gebrochen rationale Funktionen

Gebrochen rationale Funktionen - Definitionsbereich - Wertetabelle - Asymptote (senkrecht/waagrecht) Eine Gerade, der sich der Graph einer Funktion beliebig genau annähert, heißt Asymptote	$f(x) = \frac{1}{x}$; $g(x) = \frac{3x}{2-x}+1$; $h(x) = \frac{4}{x^2+2}$ $D_f = Q\setminus\{0\}$; $D_g = Q\setminus\{2\}$; $D_h = Q$
- Rechnen mit Bruchtermen Addition/Subtraktion Bilden des Hauptnenners Multiplikation Multiplizieren der beiden Zähler und der beiden Nenner Division Multiplizieren mit dem Kehrbruch	$\frac{1}{x}+\frac{2}{x-1}=\frac{1\cdot(x-1)}{x(x-1)}+\frac{2\cdot x}{x(x-1)}=\frac{x-1+2x}{x(x-1)}=\frac{3x-1}{x(x-1)}$ $\frac{3x}{x-1}\cdot\frac{2x-2}{x^2}=\frac{3x\cdot(2x-2)}{(x-1)\cdot x^2}=\frac{3x\cdot 2\cdot(x-1)}{(x-1)\cdot x^2}=\frac{6}{x}$
- Negative Exponenten bei Potenzen $x^{-n}=\frac{1}{x^n}$ Regeln: $x^a\cdot x^b=x^{a+b}$ und $\frac{x^a}{x^b}=x^{a-b}$ für $a,b\in Z$	$2^{-2}=\frac{1}{2^2}=\frac{1}{4}=0{,}25$ $\frac{a^4\cdot a^{-5}}{a^7}=\frac{a^{-1}}{a^7}=a^{-8}$
- Verfahren zum Lösen von Bruchgleichungen Definitionsmenge bestimmen Multiplikation mit dem Hauptnenner Lösen der entstehenden Gleichung	$\frac{1}{2}-\frac{2}{x}=\frac{4}{9x}$ $\vert\cdot 18x$ $D = Q\setminus\{0\}$ $9x - 36 = 8$ $9x = 44$ $x = \frac{44}{9}$ $L=\{\frac{44}{9}\}$

7) Ähnlichkeit

- Strahlensatz - V-Figur - X-Figur entsprechende Seiten stehen im gleichen Verhältnis - Ähnliche Figuren (Schreibweise F~G) G kann so zentrisch gestreckt werden, dass F und G kongruent sind. Dann gilt: entsprechende Strecken stehen im gleichen Verhältnis entsprechende Winkel sind gleich groß	 z.B. $\frac{\overline{ZP}}{\overline{PQ}}=\frac{\overline{ZP'}}{\overline{P'Q'}}$ $\Delta PQR \sim \Delta P'Q'R'$